

Simulation de corps déformables par subdivision adaptative compatibles avec les découpes

P. Meseure, C. Chaillou

LIFL - Université de Lille 1 Bât M3
59655 Villeneuve d'Ascq CEDEX FRANCE
{meseure,chaillou}@lifl.fr

RESUME : Nous proposons un modèle de corps déformables dont le but est de simuler le comportement dynamique d'un organe humain quelconque lors d'une intervention chirurgicale, mais de part son ouverture il peut être applicable à d'autres cas de simulation, et à l'animation en général. Cette modélisation s'insère dans un projet de simulateurs pédagogiques d'actes chirurgicaux. Pour être suffisamment réaliste, le modèle doit être capable de comportement dynamique, c'est à dire qu'il obéit aux lois physiques qui régissent le mouvement. Ensuite, il doit être possible d'interagir avec ce modèle. Cela exige une détection des chocs et contacts prolongés, ainsi qu'un traitement adéquat des interactions extrêmes telles que les découpes ou les déchirures. Le modèle présenté avance une solution permettant de répondre à ces contraintes en temps réel. C'est un modèle de type masses/ressorts sous forme de maillage surfacique, munie d'une composante rigide virtuelle n'entrant pas en interaction avec l'environnement et permettant de donner un comportement rigide à la structure. Les contraintes de précision des contacts et du temps réel sont conciliées en considérant un maillage adaptatif, comportant initialement un nombre restreint de masses, et que l'on subdivise au niveau de la zone de contact.

MOTS-CLES : Animation basée sur la dynamique, Corps déformables, Découpes, Simulation chirurgicale, Réalité virtuelle.

1. Introduction

En collaboration avec l'ITM du CH&U de Lille, nous travaillons à la réalisation de divers simulateurs médicaux à usage pédagogique, dans des domaines tels que l'ophtalmologie [MKCD95], l'échoendoscopie [VC95] ou encore la coelioscopie gynécologique. L'idée mise en pratique est simple : le médecin apprend à opérer non pas sur des cobayes humains comme c'est le cas actuellement, mais sur des patients virtuels. Cependant, dans le cas médical, un simulateur exige la reproduction des interactions mécaniques entre le médecin et la zone opérée. Le système complet comprend donc des moyens à la fois de mesurer les déplacements de l'outil manipulé par l'utilisateur, de calculer le comportement des objets manipulés et de restituer à la fois sous forme visuelle et tactile les modifications de l'environnement.

La reproduction en temps réel du comportement dynamique de corps, qui plus est, déformables, est le nouveau challenge de la simulation d'aujourd'hui. Le but de ce travail est de proposer un modèle mécanique complet compatible avec le temps réel. De part la diversité des organes qu'il devra simuler, le modèle proposé est ouvert, ce qui le rend utilisable dans d'autres domaines nécessitant l'animation de corps déformables, si les mêmes hypothèses de départ sont choisies.

Pour construire un modèle, trois problèmes clefs sont à résoudre :

Tout d'abord les mouvements des objets doivent être réalistes. Cela signifie que le modèle doit s'appuyer sur les lois de la physique (Newton ou Lagrange), régissant le comportement cinématique et dynamique de l'objet. Ces lois s'expriment dans le cas général sous la forme d'équations différentielles du second degré, ce qui implique l'utilisation de méthodes d'intégration correctes. L'aspect cinématique est essentiel pour la restitution correcte du mouvement, tandis que l'aspect dynamique est nécessaire pour la restitution des réactions de l'objet vers l'utilisateur sous forme de retour d'effort.

Ensuite, il faut que l'objet puisse interagir avec son environnement. Par exemple, le médecin, via un outil, doit pouvoir manipuler l'objet, entrer en contact avec lui, le déplacer (pousser, tirer) et/ou le déformer. Ces interactions aboutissent donc à la fois à des déformations locales ou globales ainsi qu'à des mouvements rigides (rotations et translations).

Enfin, les interactions avec l'objet peuvent être extrêmes et aboutir à des changements de structure : les découpes et les déchirements en sont des exemples évidents.

Après un exposé des diverses solutions déjà proposées pour la modélisation mécanique d'organes, nous présentons nos objectifs, ainsi que les hypothèses de départ nécessaires à la simplification du problème. Nous allons ensuite étudier le modèle de déformations employé ainsi que le procédé de raffinement de notre maillage.

2. Analyse des travaux précédents

Peu de modèles pour la simulation dynamique d'organes en temps réel ont été proposés à ce jour. Certains se basent sur des modèles de mouvement et de déformations, mais qui ne reposent pas forcément sur la physique. On peut en effet utiliser des déformations ad hoc dans les zones de contact et employer des modèles simples pour en déduire les forces exercées. C'est le point de vue de [HGW92] ou encore celui de [HTB95] qui interpole des images réelles pour restituer les déformations. D'autres travaux [SBM94] modélisent de façon remarquable un oeil humain. Les moindres détails visuels sont restitués, par contre seule la cornée est modélisée mécaniquement. Un modèle élément finis (FEM) de coques pour des déformations incompressibles dans le cadre de grands déplacements est utilisé, mais le détail de la simulation n'est pas exposé explicitement. De même, [SPHL95] ont réalisé un simulateur d'opération chirurgicale de l'oeil incorporant le retour d'effort. Ils se basent sur des mesures réalisées lors d'opérations réelles et déterminent les paramètres du modèle permettant d'obtenir des forces ayant le bon ordre de grandeur. Enfin, un autre modèle employant la FEM, [CDBA96], contourne les problèmes de temps-réels en précalculant les déformations et, par application du théorème de superposition, en les sommant lors de la simulation. La simulation de foie obtenue est étonnante de réalisme. Parallèlement à cette recherche, des techniques de réduction de calculs par condensation puis inversion de matrice sont proposées [BC96]. Cependant, ces deux dernières méthodes se cantonnent à l'élasticité linéaire et aux petits déplacements. De plus, toute modification de la structure oblige à un recalcul des matrices du système ce qui rend la première solution difficilement adaptable pour les découpes. Si la FEM nécessite dans la plupart des cas des hypothèses simplificatrices pour la rendre compatible avec le temps réel, cela vient de sa complexité. La FEM revient en effet, dans le plus simple des cas (éléments linéaires en élasticité linéaire et petits déplacements) à la résolution d'un système linéaire, soit une complexité en $o(n^2)$ où n est le nombre de nœuds.

Toutes les méthodes, déformations ad-hoc ou FEM, décrites ci-dessus ne sont pas dynamiques, c'est à dire que les équations régissant le comportement de l'objet ne dépendent que de la position des points, et pas de leur vitesse ni de leur accélération. Même le modèle de [CEO93] basé sur un maillage masses/ressorts essaie de déterminer par heuristique la position d'équilibre des nœuds du maillage et ne simule pas le retour à cette position. Chaque étape de calcul est considérée comme un état d'équilibre, la position de l'objet obtenue est statique, ce qui rend la restitution des phases transitoires impossible, sans l'ajout d'un modèle supplémentaire pour le traitement des retours aux états d'équilibre. L'intérêt de la simulation dynamique pour la modélisation d'organes dans le cadre des opérations chirurgicales reste un problème ouvert. [BC96] préconise l'usage d'équations statiques pour la simulation médicale dès que la taille du modèle devient trop importante. Nous pensons quant à nous que les équations statiques sont trop limitées pour la description d'un organe quelconque. Par exemple, si on veut simuler un corps très amorti ou au contraire faiblement amorti, les étapes transitoires sont nécessaires pour reproduire, dans le premier cas, la lenteur avec laquelle le corps retrouve sa position de repos, dans le second cas, les oscillations qui apparaissent avant la stabilisation. Le choix "statique" n'est véritablement justifié que lorsque l'amortissement est proche de l'*amortissement critique* du système (amortissement limite entre les retours à l'état d'équilibre lents d'une part et avec oscillations d'autre part).

Si les simulations sont souvent calculées en tant que suite d'états quasi-statiques, c'est d'une part pour le gain en simplicité des équations et en performance temps-réel, d'autre part pour éviter les problèmes de stabilité rencontrés lors de l'intégration des équations différentielles décrivant les phases transitoires. On classe les méthodes d'intégration en deux catégories : les méthodes explicites et implicites [Gou94]. Les méthodes explicites sont les plus simples et les plus intéressantes pour le temps-réel car de complexité $o(n)$, où n est le nombre de nœuds. Cependant, ces méthodes sont conditionnellement stables. Si les limites en fréquence imposées par le théorème de Shannon ne sont pas respectées, le modèle diverge. Cette divergence peut se manifester sous la forme d'oscillations d'amplitude croissante détruisant la structure géométrique de l'objet.

Pour contrer ce problème, il est possible d'employer la seconde catégorie de méthodes, toujours soumises aux conditions de Shannon, mais garantissant la convergence vers l'état d'équilibre. Ces méthodes abou-

tissent à des systèmes d'équations en général non linéaires. Par ailleurs, même en linéarisant ces équations, la complexité reste celle de la résolution d'un système linéaire (complexité en $o(n^2)$ en fonction du nombre de points).

Les modèles masses/ressorts ou le cadre plus général proposé par CORDIS/ANIMA [LJFC91] semble offrir un meilleur compromis. Dans le cas d'un graphe complètement connecté (chaque masse est reliée à toutes les autres), un modèle masses/ressorts géré par des équations dynamiques et intégré par des méthodes explicites est en $o(n^2)$ (pour n masses, le calcul des forces en chaque masse est de complexité $o(n)$, et on applique l'intégration pour chaque masse). Cette complexité peut en plus être réduite, si on diminue le nombre de liaisons. En résumé, la complexité maximum d'un maillage de ressorts (complètement connecté) est la même que la complexité minimum d'un maillage éléments finis (éléments linéaires en élasticité linéaire), tout en étant compatible avec les grands déplacements et en restituant les régimes transitoires.

Un autre problème tout aussi crucial que la modélisation des déformations est celui des collisions ou plus précisément des contacts. En effet, la plupart des modélisations ci-dessus semblent se contenter de détecter les noeuds du maillage (éléments finis ou ressorts) qui entrent en collision. Les contacts sont donc pris en compte par le noeud du maillage le plus proche du point de collision. Le traitement de la collision est limité à la résolution du maillage : il faut alors un échantillonnage spatial précis pour ne pas avoir d'aberrations visuelles. Par ailleurs, certaines modélisations des formes des objets rendent très coûteuse la détection des interactions. Ainsi, [KKKH95] proposent de modéliser des organes avec un maillage masses/ressorts. Les masses forment les points de contrôle de nurbs définissant les contours des organes. La complexité de la géométrie de l'organe rend délicat le calcul des contacts.

Enfin, la plupart des modèles de déformations ne prennent en compte que les déplacements par rapport à une configuration au repos supposée stable. Les objets sont aussi amenés à être déplacés, c'est à dire traduits et/ou tournés. Il n'est pas rare lors d'une intervention chirurgicale, que certains organes doivent être repoussés car ils gênent l'accès à la zone à opérer. Précisons que dans cette optique, il convient également de simuler la pesanteur. Elle est en effet en grande partie responsable des mouvements qui ne sont pas provoqués par le manipulateur. Ces mouvements "spontanés" gênent le bon déroulement des opérations. Cela revient à dire que chaque objet déformable possède un certain comportement "rigide" dont il faut tenir compte.

En résumé, notre objectif est de proposer un modèle donnant des déplacements et déformations correctes, capable de traiter les phases transitoires et d'appréhender les divers contacts possibles, sans aucune hypothèse sur le taux d'échantillonnage de la surface. Cela ne signifie pas que l'on cherche un modèle physique parfait de l'objet simulé, mais un modèle simple capable de retranscrire de manière plausible, naturelle, l'aspect visuel et tactile. Ce modèle doit donner l'impression de bien se comporter. Enfin ce modèle doit pouvoir s'appliquer à des simulations comportant un nombre conséquent d'objets déformables (organes), comme cela est par exemple le cas dans les opérations endoscopiques.

3. Hypothèses préliminaires

3.1. Synchronicité

Tout d'abord, pour la simulation, le modèle doit être compatible avec le temps réel, sur des stations de travail, voire même sur des PC haut de gamme : on cherche le meilleur compromis entre le temps-réel, le réalisme et le besoin en mémoire. Dans le domaine de la simulation de modèles dynamiques, le concept de temps réel est relativement flou, la plupart du temps, il désigne un certain degré d'interactivité. Si le système est un environnement dynamique (et non quasi-statique), il faut assurer la *synchronicité* [ULC94] : le calcul de l'action se fait au plus, durant le temps de l'action, aussi bien pour la simulation dynamique que pour l'affichage. Les notions de synchronicité et de temps réel sont orthogonales, l'exemple suivant le montre : supposons que le pas d'échantillonnage utilisé soit de $1ms$ mais que le temps mis pour le calcul soit de $10ms$. Un point ayant une vitesse de $1m/s$ se déplacera de $1mm$ lors d'un pas d'échantillonnage, or l'utilisateur aura l'illusion que le point s'est déplacé de $1mm$ en $10ms$, soit une vitesse de $0.1m/s$. Réciproquement, tout mouvement de l'utilisateur aura une vitesse décuplée pour la boucle de simulation : les simples mises en contact pourront donc devenir des chocs très violents. Pour la détermination du pas de temps de l'échantillonnage, il faut tenir compte de la fréquence d'un geste effectué en une main libre à savoir $300Hz$. Pour l'affichage on désire obtenir au moins 10 images par secondes, ce qui présente la vitesse obligatoire pour une interactivité visuelle minimum. Le réalisme concerne à la fois l'affichage (éclairage, textures...) et la simulation dynamique (les déformations, le retour d'effort).

3.2. Types d'interaction

On se place ici dans le cadre d'une interaction simple entre un outil rigide et un organe déformable supposé *élastique*. Le schéma global de simulation, décrit sur la *Figure 1.*, est une version simplifiée du système de [LJFC91] : des capteurs mesurent les déplacements de l'outil, transmettent ces déplacements au modèle de l'organe qui se déforme en conséquence. Deux sortes de noeuds apparaissent alors sur le corps déformable. Certains sont dans la zone de contact et pour ceux-là, la position est donnée par l'outil, et la force exercée en ces points est inconnue. Elle est calculée en évaluant la force de déformation en ces noeuds et le résultat est envoyé au système à retour d'efforts. La position des autres noeuds est inconnue mais peut être calculée en sommant les forces s'exerçant sur eux et en intégrant la résultat. Cette partition entre les points de la zone de contact et les autres est classique et déjà détaillée dans [GTT89]. Le modèle apparaît comme une boîte noire avec en entrée des valeurs de positions et en sortie d'une part la déformation de l'organe pour l'affichage et les valeurs des forces de déformation au points de contact, pour le retour d'effort.

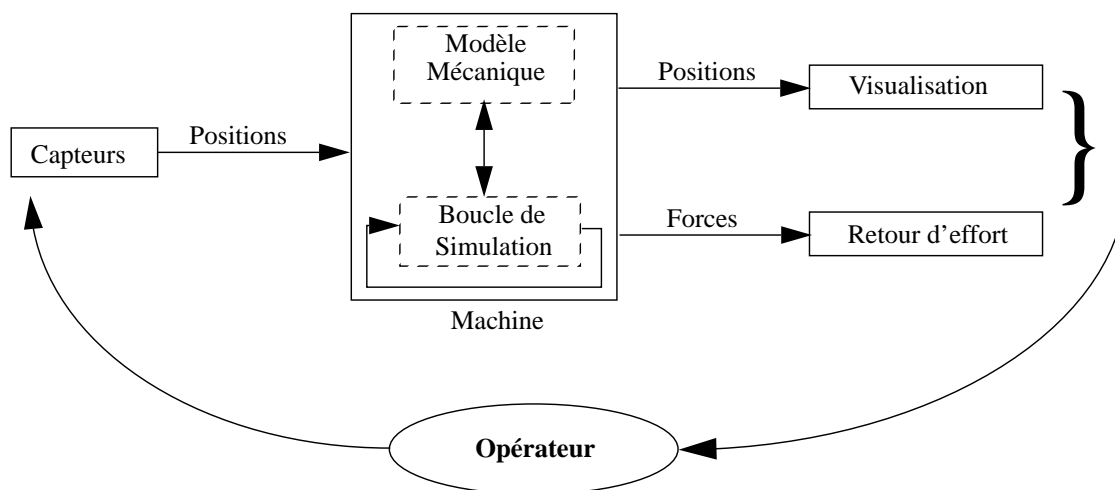


Figure 1. Schéma global de la simulation

4. Le modèle mécanique

4.1. Modèle à ressorts avec composante rigide

A la vue de ce qui a été exposé dans l'analyse précédente, il semble donc que les modèles à ressorts sont appropriés pour modéliser les organes, car il offrent un bon compromis entre le temps réel, le réalisme de la simulation et la place mémoire. Dans un contexte médical, les gestes sont très mesurés et posés, peu violents et donc relativement compatibles avec les limites en fréquences imposées par Shannon. Cependant, les équations pilotant le comportement de ressorts d'axe non fixe sont non linéaires et exigent le calcul d'une racine carrée. Le coût du traitement d'un trop grand nombre de ressorts ne justifie plus le choix d'une telle modélisation. On cherche donc à diminuer le nombre de ressorts dans la structure. On pourrait se contenter d'une modélisation uniquement surfacique de l'objet par un maillage de nœuds massiques reliés entre premiers voisins par des ressorts amortis. Un tel modèle est très simple car le nombre de ressorts est linéaire en fonction du nombre de points, si on considère un nombre maximum de premiers voisins par point. Il manque cependant de consistance volumique : le simple fait de poser ce maillage sur un plan et de soumettre les points à la gravité fait s'écrouler l'objet sur lui-même. Un simple maillage surfacique n'est donc pas suffisant, si ce n'est en ajoutant des ressorts entre seconds voisins, et/ou des ressorts angulaires et de torsion.

Une manière très pratique de traiter les modèles déformables soumis à des déplacements rigides est de considérer que le corps en question est formé d'un noyau rigide, responsable des mouvements de rotations et de translations de l'objet, entouré d'une composante déformable. Ce procédé a déjà été employé dans des travaux précédents. Dans [Gas89], des ressorts de longueur L et d'axe constant assurent la liaison entre la composante surfacique déformable et le noyau rigide. Ce modèle se révèle malheureusement mal adapté à notre cas, car il est incompatible avec les découpes. Le calcul des déformations se fait, en effet, par combinaison linéaire des conservations de volumes et de surfaces, le maillage ne peut donc être détruit car il est le garant de

la cohérence des déformations. De plus, la présence d'une composante rigide à l'intérieur de la structure ne correspond pas aux propriétés mécaniques des organes que l'on souhaite simuler.

On propose un modèle possédant une composante rigide *virtuelle*. Elle n'est présente que pour les calculs de la dynamique. On choisit de relier cette composante rigide à un maillage surfacique de ressorts amortis (qui forment la partie visible de l'objet, c'est à dire celle utilisée lors du rendu), par l'intermédiaire de ressorts de longueur de repos nulle. Chaque nœud du maillage surfacique est relié à un homologue sur la composante rigide par l'intermédiaire d'un seul ressort. Cela permet de garder un nombre de ressorts proportionnel au nombre de nœuds dans le maillage. Sans interaction, les composantes rigides et déformables sont confondues : la composante rigide indique donc la position qu'auraient les noeuds du maillage s'il n'y avait pas de déformations.

En qualifiant cette composante rigide de *virtuelle*, on entend par là qu'elle ne peut pas entrer en interaction avec les autres objets. Si elle entrait en interaction avec l'environnement, l'objet aurait alors un comportement parfaitement solide ou presque : il n'y aurait par exemple aucune déformation de l'objet déformable sous l'effet de son propre poids lorsque celui-ci est posé sur un plan. La composante rigide ne subit donc que les forces volumiques comme la gravitation. Lors d'une interaction, d'un choc ou d'un contact, il y a séparation des deux composantes. Par contre, dès que l'interaction cesse, les deux composantes se rejoignent à nouveau. La *Figure 2.* illustre l'état au repos du modèle.

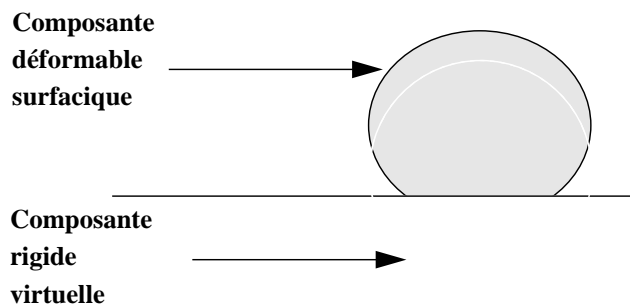


Figure 2. Dissociation de la composante déformable et de la composante rigide lors de contact

Notre modèle est proche de celui de [TW88]. Ce dernier décompose les équations du mouvement en une partie concernant le déplacement en rotation et translation de l'ensemble du système et une autre partie qui exprime les déformations du corps par rapport à une composante non déformée appelée composante de référence. Cette décomposition résulte d'un mécanisme mathématique consistant à exprimer la position des points du solide par rapport à sa position originale sur le corps non déformé. Au contraire, notre formulation repose sur une idée intuitive : la composante rigide indique la position qu'occuperait le corps s'il n'était pas en interaction. Les comportements des deux modèles sont fondamentalement différents. Dans une configuration similaire à la *Figure 2.*, par exemple, la composante non déformée et la composante déformable du modèle de [TW88] auraient leurs centres de masse confondus, la composante non déformée ne dépasserait pas d'une telle distance le plan support, mais resterait autour de la composante déformable.

4.2. Intégration des équations

On choisit la méthode d'intégration d'Euler qui consiste à faire un développement de Taylor au premier ordre pour la vitesse et la position. Pour les nœuds du maillage, on fait le bilan des forces extérieures \vec{F}_{ext} , essentiellement la gravité et les forces de viscosité dans l'air, des forces de contact ou collision \vec{F}_c et des forces internes élastiques \vec{F}_{int} puis on calcule l'accélération \vec{a}_i de l'objet, puis par intégration la vitesse \vec{v}_i et la position \vec{x}_i de la particule i :

$$\begin{aligned}\vec{a}_i(t) &= \frac{\sum \vec{F}_{int}(t) + \vec{F}_{ext}(t) + \vec{F}_c(t)}{m_i} \\ \vec{v}_i(t) &= \vec{v}_i(t - \Delta t) + \Delta t \times \vec{a}_i(t) \\ \vec{x}_i(t) &= \vec{x}_i(t - \Delta t) + \Delta t \times \vec{v}_i(t)\end{aligned}\tag{1}$$

Avec $\Delta t = 1ms$ le pas d'échantillonnage de notre implantation. Pour la composante rigide, on fait le bilan des forces appliquées qui sont les forces extérieures (gravitation, viscosité de l'air) et les forces de liaisons à la composante déformable. L'accélération et la vitesse du centre d'inertie est calculée par la même méthode que ci-dessus (la matrice d'inertie inverse peut être calculée une fois pour toutes). Pour l'orientation du solide, on calcule les couples de forces \vec{T} , on en déduit le moment, puis la vitesse de rotation instantanée $\vec{\omega}$ par intégration pour aboutir à un axe \vec{n} et un angle de rotation θ instantané. Le tout est ensuite cumulé dans un quaternion représentant l'orientation du solide :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(I\vec{\omega})(t) &= \sum (\vec{T}_{int}(t) + \vec{T}_{ext}(t)) \\ \vec{\omega}(t) &= \vec{\omega}(t - \Delta t) + \Delta t \times \frac{d}{dt}\vec{\omega}(t) \\ \theta(t) &= \theta(t - \Delta t) + \Delta t \times \omega(t) \\ \vec{n} &= \frac{\vec{\omega}}{\omega}\end{aligned}\tag{2}$$

4.3. Analyse du modèle

Ce modèle a été implanté et testé. Cette mise en oeuvre a permis de mettre en avant certains avantages :

- Le nombre de ressorts est limité, linéaire en fonction du nombre de noeuds dans le maillage.
- Le composante rigide assure les déplacements en rotation et translation de l'objet, d'où un bon comportement rigide de l'objet.
 - Les ressorts surfaciques permettent de contrôler les déformations en surface de l'objet : on peut définir simplement les forces de résistance à la découpe par exemple.
 - Les ressorts reliant la composante rigide à la composante surfacique déterminent plutôt la résistance à l'enfoncement. En faisant varier la constante de raideur de ces ressorts on est capable de simuler des objets élastiques simplement en surface et sans cohérence volumique (un sachet en plastique, par exemple, ou une corde élastique pour le cas à une dimension) ou alors au contraire des objets presque rigides.
 - La composante rigide assure une seule position d'équilibre des noeuds quelle que soit la topologie du maillage. De plus, le maillage peut être complexifié par l'ajout de ressorts angulaires ou de liaisons avec les seconds voisins... De même, si la topologie du maillage est modifiée durant la simulation, par une découpe, par exemple, la composante rigide va permettre d'assurer une certaine cohérence volumique de l'objet. En quelque sorte, la composante rigide assure la robustesse du maillage.
 - Par modification de la composante rigide, on peut simuler des phénomènes de plasticité [TF88].
 - Le maillage surfacique fournit des polygones pouvant servir directement à l'affichage de la structure dans les machines accélératrices actuelles. Ces polygones définissent le contour de l'objet pour le traitement des collisions.
 - Les masses du réseau surfacique et la masse de la composante rigide et sa matrice d'inertie sont indépendantes. Cela est valable également pour l'amortissement.

Par contre, il reste toujours des points délicats dus aux limites du modèle :

- La synchronicité est critique dans le modèle. Comme cela a déjà été exposé, si la synchronicité n'est pas obtenue, la vitesse de tout mouvement de l'utilisateur est démultipliée ce qui rend instable le modèle.
- Afin d'avoir un modèle très simple, ce dernier ne gère que des déformations locales. En effet, chaque déplacement est calculé indépendamment du déplacement des autres points. Le comportement global est fixé par la composante rigide. Les transformations globales ne sont donc pas calculées. Le modèle ne peut pas facilement se courber par exemple. Une courbure ne pourra être obtenue qu'en composant des déformations locales.
 - Le contrôle des déformations est très limité. Des contraintes telles que la conservation de volume ou de la surface sont difficiles à transformer en forces que l'on peut intégrer. Il est possible cependant de rajouter des bornes pour limiter les déformations.
 - Les déformations restent parfois trop locales à l'endroit où s'exerce la contrainte, ce qui aboutit à de grandes déformations des ressorts avoisinants et peu de perturbations pour les ressorts plus éloignés. Si la force de contact s'intensifie, cela donne un mouvement de toute la structure et non pas un simple agrandissement de la zone d'interaction.
 - La méthode d'intégration est relativement mal conditionnée. En pratique, il faut parfois augmenter l'amortissement, c'est à dire la viscosité du milieu ambiant de façon importante pour éviter la divergence des

solutions. Cependant, le modèle est alors très lent, comme plongé dans une substance très dense.

- Le nombre de nœuds dans le maillage doit rester petit pour deux raisons. La première est due au temps réel : le calcul des forces créées par un ressort étant important, on garde le nombre de ressorts petit, et donc, le nombre de masses. La seconde raison est liée aux conditions de l'intégration. En effet, la masse de l'organe et plus précisément son enveloppe surfacique étant constante, plus il y a de nœuds dans le maillage, moins la part de ces nœuds dans la masse totale est importante, donc plus la fréquence propre de ces nœuds devient élevée (la fréquence propre évolue comme $\sqrt{\frac{k}{m}}$), et plus le pas de temps doit diminuer. Au plus le pas de temps diminue, au plus il est difficile d'assurer la synchronicité, car la machine n'est plus suffisamment puissante.

Une façon élégante de traiter les deux dernière limites, à savoir les déformations locales trop importantes et la divergence, est de fixer des bornes à l'éloignement des points comme le fait [Pro95], mais cette méthode ne garantit pas la convergence, et peut induire des oscillations.

5. Subdivision adaptative du maillage

On a vu que notre modèle supposait un nombre réduit de masses et de ressorts pour des raisons de temps réel et d'échantillonnage temporel. L'échantillonnage de la surface étant faible, le traitement des contacts devient grossier. A l'instar des méthodes employées pour les déformations de tissus [HPH96], on décide de subdiviser le maillage afin de le rendre plus précis dans les zones de collision.

Un exposé exhaustif de notre solution pour le traitement des collisions dépasse le cadre de cette article. Elle effectue simultanément la détection, l'accélération de la détection et le calcul de la réponse (contact ou choc) à la collision. Brièvement, on peut préciser que la détection se fait sur les trajectoires des objets et non sur un calcul d'intersections en 3D effectué à chaque pas d'échantillonnage. On considère les cas de [Boy79], c'est à dire que la collision entre deux corps survient si l'une des conditions suivantes est vérifiée :

- *Un sommet de A passe par une facette de B*
- *Un sommet de B passe par une facette de A*
- *Une arête de A passe par une arête de B*

Pour le calcul de trajectoire, on fait l'hypothèse que tout point a une trajectoire rectiligne uniforme entre deux pas de temps.

Afin d'avoir une zone de contact la plus précise possible, on adapte le maillage surfacique à la forme de la zone de contact. En subdivisant le maillage, nous pouvons traiter les collisions avec une résolution aussi fine qu'on le souhaite. La subdivision apparaît soit lors de la collision contre une arête ou contre un triangle du corps déformable (voir *Figure 3.*). Au point de collision de la surface ou du côté, on ajoute un nœud dans le maillage. La conservation des moments d'ordre 0 (la masse totale), d'ordre 1 (le barycentre) et enfin d'ordre 2 aboutit naturellement à la solution triviale d'ajouter une masse nulle. En d'autres termes, il est impossible d'ajouter une masse dans le maillage sans perturber le comportement du système. La méthode de subdivision proposée par [HPH96] aboutit à une solution plaisante, mais qui ne conserve pas la masse : dans un cas interactif, où par exemple le chirurgien tient l'objet, l'augmentation brusque de la masse totale risque de le troubler ! On choisit donc de soulever un minimum de contraintes, afin d'obtenir un système présentant un nombre infini de solutions, dont seules celles donnant des masses positives nous intéressent. On choisit une méthode qui nous garantit de garder la masse totale constante et les masses positives.

Traisons le cas d'une collision d'un point rigide avec un triangle ABC . Le point de collision s'exprime de façon unique sous la forme :

$$P = \alpha A + \beta B + \gamma C \text{ avec } \alpha + \beta + \gamma = 1 \quad (3)$$

On considère que la part de masse en P est obtenue en prélevant une partie des masses en A , B et C :

$$m_t^P = am_{t-\Delta t}^A + bm_{t-\Delta t}^B + cm_{t-\Delta t}^C \quad (4)$$

D'où, si on désire conserver la masse totale :

$$m_t^A = (1-a)m_{t-\Delta t}^A \quad m_t^B = (1-b)m_{t-\Delta t}^B \quad m_t^C = (1-c)m_{t-\Delta t}^C \quad (5)$$

Les parts des masses allant des nœuds A , B et C vers le nœud P dépendent directement de la place de P dans le triangle de la façon suivante :

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{b}{\beta} = \frac{c}{\gamma} \quad (6)$$

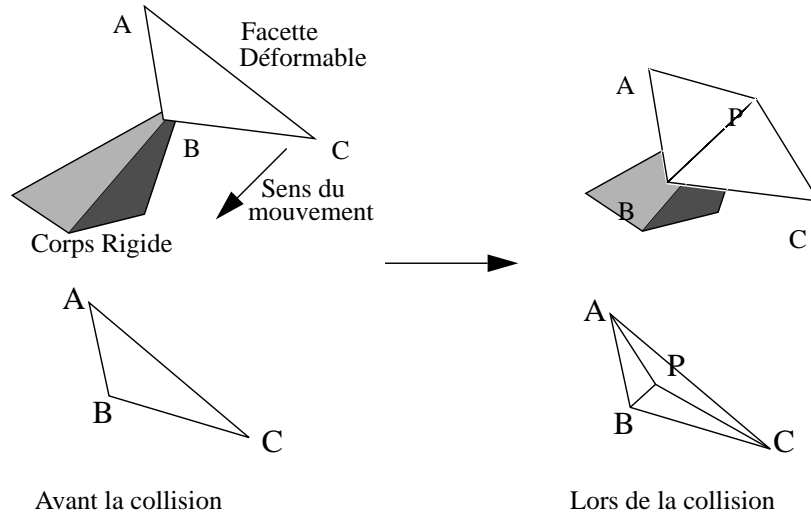


Figure 3. Collision point du corps rigide sur facette du corps déformable

Enfin, on considère qu'une fois les masses réparties, on assure une cohérence des nouvelles valeurs en posant que la masse en P est telle que :

$$m_t^P = \alpha m_t^A + \beta m_t^B + \gamma m_t^C \quad (7)$$

Une fois le système résolu, on trouve que :

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{b}{\beta} = \frac{c}{\gamma} = \frac{1}{1 + \frac{\alpha^2 m_{t-\Delta t}^A + \beta^2 m_{t-\Delta t}^B + \gamma^2 m_{t-\Delta t}^C}{\alpha m_{t-\Delta t}^A + \beta m_{t-\Delta t}^B + \gamma m_{t-\Delta t}^C}} \quad (8)$$

On démontre ensuite facilement que a , b et c sont toujours compris entre 0 et 1, ce qui garantit d'obtenir toujours des masses positives. Le même calcul est employé afin de déterminer les valeurs de la viscosité dans le milieu ambiant. Il faut tout de même prendre garde à l'ordre de grandeur des masses des nœuds après la subdivision, car la masse des points ajoutés peut être relativement faible et de ce fait incompatible avec les contraintes imposées par Shannon. Il faudrait alors calculer la simulation avec des pas de temps à différents grains, les constantes de temps les plus petites s'effectuant sur un nombre très restreint de nœuds et le pas de temps le plus important sur la composante rigide.

Ensuite, il s'agit de déterminer les constantes de raideurs des nouvelles arêtes formées. La liaison reliant le nouveau nœud à la composante rigide est obtenue par moyennage pondéré des raideurs des ressorts des nœuds A , B et C . Par contre, pour les nouveaux ressorts de la composante surfacique (ceux reliant le nouveau point aux nœuds A , B et C), les constantes peuvent être déterminées par plusieurs solutions, mais qui ne sont malheureusement pas satisfaisantes. La première consiste à moyenner en fonction de l'angle : par exemple le ressort AP s'obtient en moyennant les ressorts AC et AB , en pondérant par les ratios des angles respectivement BAP et CAP sur CAB . Une seconde solution consiste à supposer que la constante d'élasticité sur la distance du ressort au repos est une constante. Toutes ces propositions reviennent à charger les nœuds A , B et C de nouvelles liaisons et entraînent des perturbations dans leur comportement. [TC90] ont proposé une solution permettant de diviser un ressort en deux sans perturber le comportement du système, mais ils ne s'intéressent pas à l'insertion de nouveaux ressorts à l'intérieur d'une maille.

6. Mise en Oeuvre - Discussion

Notre modèle est encore en cours de construction. Il a été conçu dès le départ pour être compatible avec les divers stades de notre simulation, car on ne peut pas en effet étudier séparément les déformations, les collisions et les découpes, tout étant géré par le modèle à la base.

Lors de son implantation, ce modèle a été associé à un langage simple permettant de décrire des situations où un objet déformable doit évoluer dans un environnement incorporant des objets solides, tous fixes, sauf celui contrôlé par l'utilisateur. La simulation tourne de manière interactive, même si la synchronicité

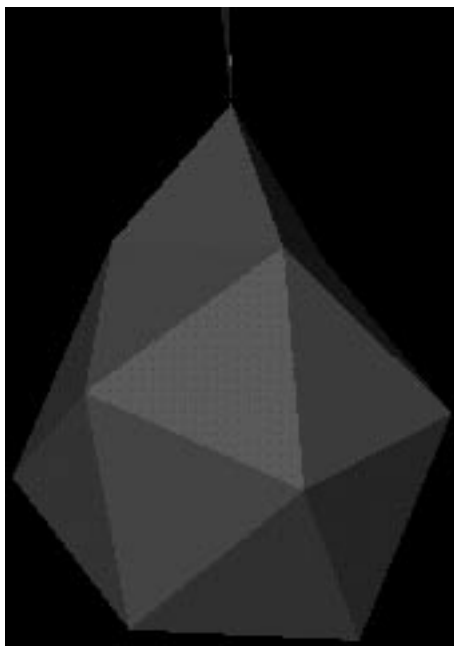
n'est pas forcément assurée. En effet, les étapes de détection de collisions sont très gourmandes en calculs et occupent la majeure partie du temps CPU. Les animations obtenues ont été créées sur une station Silicon Graphics Indigo 2, avec un processeur R4600 cadencé à 133Mhz. L'exemple d'un corps déformable tombant en chute libre sur un plan incliné a été étudié ainsi que le comportement de l'objet en fonction du coefficient de friction. Un autre exemple est celui d'un corps au repos sur un plan, que l'utilisateur manipule via un outil tranchant.

Même si le modèle n'est pas encore achevé (collisions, esthétique du rendu), nous étudions son implantation dans une simulation d'intervention cœlioscopique. Cet environnement comprend en effet un nombre important d'organes susceptibles d'être opérés (ovaire, utérus, trompe...) ainsi que divers organes gênant les manipulations du chirurgien. Il paraît peu judicieux de vouloir simuler ces organes avec des modèles trop coûteux tels que les éléments finis et non auto-suffisants pour la description des mouvements rigides : les organes dans la cavité abdominale sont en effet sous pression et subissent, cela va sans dire, la gravité. Un modèle simple comme celui que nous avons proposé permettra de simuler de façon plausible de telles opérations en temps réel.

7. Références

- [BC96] Bro-Nielsen, M., et Cotin, S., "Real-time Volumetric Deformable Models for Surgery Simulation using Finite Elements and Condensation" *Proceedings of the EUROGRAPHICS'96 conference, Computer Graphics Forum*, 15, 3, Poitiers, 28-30 Août 1996, pp 57-66.
- [Boy79] Boyse, J. W., "Interference Detection among Solids and Surfaces" *Communications ACM*, vol 22, 1, janvier 1979, pp 3-9.
- [CDBA96] Cotin, S., Delingette, H., Bro-Nielsen, M., Ayache, N., Clément, J.M., Tasseti, V., et Marescaux, J., "Geometric and Physical Representations for a Simulator of Hepatic Surgery", *Proceedings of the Medicine Meets Virtual Reality IV*, San Diego, California, janvier 17-20 1996.
- [CEO93] Cover, A.S., Ezquerra, N.F., O'Brien, J., Rowe, R., Gadacz, T., et Palm, E., "Interactively Deformable Models for Surgery Simulation" *IEEE Computer Graphics and Applications*, 13, 6, novembre 1993, pp 68-75.
- [Gas89] Gascuel, M.P., "OSEA : un nouveau modèle de matière pour traiter les collisions entre objets déformables" *Actes de PIXIM 89*, pp 309-323.
- [Gou94] Gourret, J.P., *Modélisation d'Images Fixes et animées*, chapitre VI "Assemblage et Animation d'Objets Déformables : Simulation par Éléments Finis", Masson, Paris, 1994.
- [GTT89] Gourret, J.P., Magnenat Thalmann, N., et Thalmann, D., "Simulation of Object and Human Skin Deformations in a Grasping Task" *SIGGRAPH'89 Conference Proceedings, Computer Graphics* 23, 3, Boston, 31 juillet - 4 août 1989, pp 21-30.
- [HGW92] Haritsis A., Gillies D., et Williams C.B. "Realistic Generation and Real Time Animation of Images of the Human Colon" *Proceedings of the EUROGRAPHICS'92 Conference, Computer Graphics Forum*, 11, 3, Cambridge, 7-11 septembre 1992, pp 367-379.
- [HPH96] Hutchinson, D., Preston, M., et Hewitt, T., "Adaptive Refinement for Mass/Spring Simulations", *Eurographics Workshop on Animation and Simulation*, Poitiers, 31 Août-1 septembre 1996, pp 31-45.
- [HTB95] Henry, D., Troccaz, J., et Bosson, J.-L., "Virtual Echography: Simulation of an ultrasonic Examination" *Proceedings of Computer Assisted Radiology CAR'95*, Berlin 21-24 juin 1995.
- [KKKH95] Kühnapfel, U. G., Krumm, H. G., Kuhn, C., Hübner, M., et Neisius, B., "Endosurgery Simulations with KISMET : A Flexible Tool for Surgical Instrument Design, Operation Room Planning and VR Technology Based Abdominal Surgery Training" *Proceedings of "Virtual World" 1995*, pp 165-171.
- [LJFC91] Luciani, A., Jimenez, S., Florens, J.L., Cadoz, C., et Raoult, O., "Computational Physics: a Modeler Simulator for Animated Physical Objects" *Eurographics Workshop on Animation and Simulation*, Vienne, 1991, pp 425-437.

- [MKCD95] Meseure, P., Karpf, S., Chaillou, C., Dubois, P., et Rouland, J.F., "Low-cost Medical Simulation: a Retinal Laser Photocoagulation Simulator" *Proceedings of the Graphics'Interface 95 Conference*, Québec City, Québec, 17-19 mai 1995, pp 155-162.
- [Pro95] Provot, X., "Deformation Constraints in a Mass-Spring Model to Describe Rigid Cloth Behaviour" *Proceedings of the Graphics Interface '95 Conference*, Québec City, Québec, 17-19 mai 1995, pp 147-154.
- [SBM94] Sagar M. A., Bullivant D., Mallinson G. D., Hunter P. J, et Hunter J. W., "A Virtual Environment and Model of the Eye for Surgical Simulation" *SIGGRAPH'94 Conference Proceedings, Computer Graphics annual conference series*, Orlando, 24-29 juillet 1994, pp 205-212.
- [SPHL95] Sinclair, M. J., Peifer, J.W., Haleblian, R., Malcolm, N.L., Green, K., et Hull, D.S., "Computer simulated Eye Surgery - A Novel Teaching Method for Residents and Practitioners" *Ophthalmology* 1995 (102), pp 517-521.
- [TC90] Thingvold, J.A., et Cohen, E., "Physical Modeling with B-Spline Surfaces for Interactive Design and Animation" *Proceedings of the Symposium on Interactive 3D Graphics, Computer Graphics*, 24, 2, Snowbird, 25-28 mars 1990, pp 129-137.
- [TF88] Terzopoulos, D., et Fleisher, K., "Modeling Inelastic Deformation : Viscoelasticity, Plasticity, Fracture" *SIGGRAPH'88 Conference Proceedings, Computer Graphics*, 22, 4, Atlanta, 1-5 août 1988, pp 269-278.
- [TW88] Terzopoulos, D., et Witkin, A., "Physically Based Models with Rigid and Deformable Components" *IEEE Computer Graphics and Application*, novembre 1988, pp 41-51.
- [ULC94] Uhl, C., Luciani, A., et Cadoz, C., "Le Simulateur Temps-réel TELLURIS pour le Langage COR-DIS-ANIMA : Modèles physiques, Gestes, Sons, Images". *Troisième séminaire du groupe de travail "Animation et Simulation"* Lille, 20-21 octobre 1994, pp 59-73.
- [VC95] E. Varlet, et C. Chaillou, "Etude d'un simulateur d'écho-endoscopie bilio-pancréatique" *Actes des 3èmes Journées de l'Afig*, Marseille, France, 22-24 novembre 1995.



(a) Eclairage Lambert



(b) Fil de fer

Figure 4. Exemple d'un corps déformable tenu par un outil
Sur (b), le corps déformable est sombre, la composante rigide est claire